Nanoelektronische Bauelemente für Quantencomputer

Gerd Schön (1,2), Yu. Makhlin(1)
(1) Institut für Theoretische Festkörperphysik, Universität Karlsruhe
(2) Forschungzentrum Karlsruhe, INT

1. Einleitung

Die Untersuchung nanoelektronischer Bauelemente war von Anfang an durch die Perspektiven möglicher technischer Anwendungen motiviert. Für Forschungszwecke sind inzwischen einige realisiert, z.B. stellen Einzel-Elektronen-Transistoren höchstempfindliche Elektrometer dar. Von Anfang an war es auch ein Ziel, diese Systeme für klassische digitale Anwendungen zu nutzen [1]. Offensichtlich stellen Einzel-Elektronen-Systeme die ultimativen Speicher dar. Allerdings macht ihre extreme Sensitivität sie auch sehr anfällig auf Störungen, z.B. zufällig verteilte Ladungen in der Umgebung. Daher, und angesichts der Fortschritte konventioneller Techniken, bleibt ihre Rolle für klassische digitale Anwendungen noch ungewiss.

In letzten Zeit werden verstärkt Quanteninformationssysteme diskutiert, seit erkannt wurde, dass sie gewisse Aufgaben durchführen können, die kein klassischer Computer in akzeptabler Zeit bewältigen kann [2]. Zur Erläuterung der Prinzipien und Anwendungen, die hier eine Rolle spielen, stellen wir in diesem Artikel erst ein ideales Modell für einen Quantencomputer vor und zeigen an einem Beispiel, wie elementare Rechenschritte damit realisiert werden können. Eine Diskussion der Algorithmen, die darauf aufbauen, würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen. Für einen Einstieg empfehlen wir die Artikel [2, 3, 4]. Hier wollen wir nur auf das wohl bekannteste, von Shor [5] entwickelte Beispiel hinweisen, die Faktorisierung sehr großer ganzer Zahlen, was für die Kryptographie von großer Bedeutung ist. Dies kann ein Quantencomputer – der eine Superposition von vielen quantenmechanischen Zuständen parallel bearbeiten kann – sehr effektiv durchführen [5]. Die Rechenzeit steigt nur wie eine Potenz und nicht – wie beim klassischen Computer – exponentiell mit der Zahl der Stellen.

Für diese Anwendungen werden Quantensysteme als Bauelemente benötigt, während klassische Systeme keine Alternative darstellen. Verschiedene physikalische Realisierungen, darunter Ionenfallen [6, 7], NMR [8, 9] und quantenoptische Systeme [10] sowie Spins in Quantenpunkten wurden vorgeschlagen [11], und erste kontrollierte Quantenmanipulationen sind an einigen der Systeme demonstriert worden. Vom Gesichtspunkt möglicher Anwendungen sind nanoelektronische Realisierungen am interessantesten, da sie in elektronische Schaltkreise integriert werden können und die nötige Erweiterung auf vielkomponentige Systeme am ehesten erlauben.

Wir haben vorgeschlagen, nanoskalige Josephson-Kontakte mit sehr kleiner Kapazität als Quantenbits (Qubits) zu verwenden [12, 13, 14]. Wir nutzen so die Kohärenz des supraleitenden Zustands aus, kombiniert mit den Kontrollmöglichkeiten von Einzel-Ladungs-Systemen. Die Phasenkohärenzzeit ist lang genug, um eine große Zahl der benötigten Einbit- und Zweibit-Operationen durchführen zu können. Die physikalischen Grundlagen dieser Bauelemente und ein Design, das für die geplanten Anwendungen weitgehend ideal ist, soll hier beschrieben werden. Anschließend an die Quantenmanipulationen muss der Endzustand ausgelesen werden, was einen quantenmechanischen Messprozess darstellt. Dies kann durch Ankoppeln der Qubits an einen Einzel-Elektronen-Transistor bewerkstelligt werden [15, 13]. Die benötigten Systeme können mit verfügbaren Technologien hergestellt werden können. In der Tat ist an derartigen Systemen schon experimentell demonstriert worden, dass die Eigenzustände Superpositionen von Ladungszuständen sind [16, 17]. Und in allerletzter Zeit hat eine Gruppe in Japan [18] an einem Josephson-Qubit auch die sogenannten kohäherenten Oszillationen, die ein in einer Superposition von Eigenzuständen präpariertes Quantensystem zeigen sollte, zeitaufgelöst beobachtet. Nach diesem Durchbruch ist damit zu rechnen, dass in naher Zukunft weitere Fortschritte in dieser Richtung gemacht werden und kontrollierte Quantenmanipulationen auch an Systemen von gekoppelten Qubits durchgeführt werden können.

2. Ein ideales Modell

Ein idealer Quantencomputer besteht aus einer Ansammlung von L Qubits, d.h. quantenmechanischen 2-Niveau-Systemen. Theoretisch wären Spin-1/2 Systeme geeignet, allerdings muss das Magnetfeld für jeden Spin individuell kontrollierbar sein. Weiterhin müssen die Spins gekoppelt werden können, wobei eine paarweise Kopplung ausreicht. Der Hamiltonian Operator

$$H = -\sum_{i=1}^{L} \left[B_z^i(t)\hat{\sigma}_z^i + B_x^i(t)\hat{\sigma}_x^i \right] + \sum_{i \neq j} J^{ij}(t)\hat{\sigma}_+^i \hat{\sigma}_-^j + H_{\mathrm{meas}}(t) + H_{\mathrm{diss}} \qquad (1)$$

beschreibt ein solches ideales Modell. Die Spins sind durch Pauli Matrizen $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_\pm = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_x \pm \mathrm{i}\hat{\sigma}_y)$ beschrieben. Es genügen Felder in der $x - z$ Ebene, und zur Vereinfachung der Notation sind Kopplungskonstanten in der Definition der Felder absorbiert, so dass $B_z^i(t)$ und $B_x^i(t)$ die Dimension einer Energie haben. Ideal sind die Komponenten der Felder $B_z^i(t)$, $B_x^i(t)$ separat ein- und ausschaltbar, ebenso wie die Kopplungsenergien $J^{ij}(t)$ für jedes Paar von Qubits. Wir nehmen an, dass die B_z^i die größten Energien darstellen, sodass die Zustände $|\uparrow_i\rangle$ und $|\downarrow_i\rangle$ mit z-Achse als Quantisierungsrichtung eine geeignete Basis darstellen. Die wichtigen Schritte sind nun:

(i) Restwechselwirkungen mit weiteren Freiheitsgraden und der Umgebung, beschrieben durch H_{diss}, zerstören die Phasenkohärenz. Sie müssen schwach sein, damit eine große Zahl der im folgendenden beschriebenen Einbit- und Zweibit-Operationen phasenkohärent durchgeführt werden können.
(ii) Um dieses System in einem wohldefinierten Anfangszustand zu präparieren, schalten wir bei tiefen Temperaturen alle z-Felder auf große Werte ein, so dass $k_{\mathrm{B}}T \ll B_z^i$, während $B_x^i = J^{ij} = 0$. Nach genügender Zeit wird die Restwechselwirkung H_{diss} das System in den Grundzustand $|\uparrow\uparrow\uparrow ...\rangle$ relaxieren lassen. Dann setzen wir $B_z^i(t)$ auf 0 zurück.
(iii) Um eine Drehung des Spins durchzuführen, schalten wir das jeweilige B_x^i ein. Der Spin i entwickelt sich dann gemäß der unitären Transformation

$$U_x^i(\alpha^i) = \exp(i\alpha^i\hat{\sigma}_x^i) = \begin{pmatrix} \cos\alpha^i & \mathrm{i}\sin\alpha^i \\ \mathrm{i}\sin\alpha^i & \cos\alpha^i \end{pmatrix} \tag{2}$$

mit $\alpha^i = B_x^i\tau/\hbar$. Abhängig von der Zeitdauer τ erfolgt z.B. eine $\pi/2$- oder $\pi/4$-Rotation, was einen Spin-flip oder eine Superposition mit gleichem Gewicht der Spinzustände produziert. Anschalten eines Feldes B_z^i in z-Richtung ergibt eine weitere benötigte Operation, $U_z^i(\varphi^i) = \exp(\mathrm{i}\varphi^i\hat{\sigma}_z^i)$, nämlich eine Phasenverschiebung zwischen $|\uparrow_i\rangle$ und $|\downarrow_i\rangle$ um $\varphi^i = B_z^i\tau/\hbar$. Beide Einbit-Operationen, die jeweils nur einen Spin betreffen, sind elementare Manipulationen, die im Rahmen der Quantenrechnung benötigt werden. Zurück im Ruhezustand, wo alle Felder und Kopplungen ausgeschaltet sind, also $H = 0$, entwickelt sich die relative Phase der Zustände nicht mehr weiter.
(iv) Zur Kopplung verschiedener Spins, z.B. der Spins i und j, schalten wir die entsprechende Kopplung J^{ij} für eine Zeit τ ein. (Dieses Einschalten physikalisch zu realisieren ist i.A. ein Problem. Es ist mit dem unten beschriebenen System durchführbar, was ein besonderer Vorteil dieser Realisierung ist.) In der Basis $|\uparrow_i\uparrow_j\rangle$, $|\uparrow_i\downarrow_j\rangle$, $|\downarrow_i\uparrow_j\rangle$, $|\downarrow_i\downarrow_j\rangle$ bewirkt dies die unitäre Transformation

$$U_{2\mathrm{b}}^{ij}(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha^{ij} & \mathrm{i}\sin\alpha^{ij} & 0 \\ 0 & \mathrm{i}\sin\alpha^{ij} & \cos\alpha^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

mit $\alpha^{ij} = J^{ij}\tau/\hbar$. Für $\alpha^{ij} = \pi/2$ ist das Resultat ein Spinaustausch (SWAP), während $\alpha^{ij} = \pi/4$ die Operation ein '$\sqrt{\mathrm{SWAP}}$' liefert. Diese transformiert den Zustand $|\uparrow_i\downarrow_j\rangle$ in einen 'verschränkten' Zustand $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow_i\downarrow_j\rangle + \mathrm{i}\,|\downarrow_i\uparrow_j\rangle\right)$. Die Zweibit-Operation $\sqrt{\mathrm{SWAP}}$, kombiniert mit Einzelbit-Operationen, erlaubt es, eine 'controlled-not' Operation durchzuführen, und in der Tat alle logischen Operationen, die für Quantencomputer nötig sind [19].

(v) Nachdem alle Quantenmanipulationen durchgeführt sind, sollte der Endzustand der Qubits ausgelesen werden. Dazu muss ein Messgerät an die Qubits angekoppelt werden. Da die Messung im allgemeinen zu einem raschen Verlust an Phasenkohärenz führt, ist es wichtig, dass diese Kopplung, d.h. $H_{\text{meas}}(t)$, ebenfalls kontrolliert aus- und eingeschaltet werden kann.

3. Rechnen mit Quantensystemen

Mit einer genügenden Anzahl von Qubits mit den Zuständen $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ kann jede Zahl binär dargestellt werden, z.B. $|0\rangle = |\uparrow \ldots \uparrow\uparrow\uparrow\rangle$, $|1\rangle = |\uparrow \ldots \uparrow\uparrow\downarrow\rangle$, $|2\rangle = |\uparrow \ldots \uparrow\downarrow\uparrow\rangle$, $\ldots$, $\left|2^L - 1\right\rangle = |\downarrow \ldots \downarrow\downarrow\downarrow\rangle$. Im klassischen Rechner ist der Anfangszustand durch *eine* Zahl charakterisiert, am Ende wird dieser *ein* Endzustand zugeordnet. Bei den Quantensystemen können wir aber auch eine beliebige Superposition aller Zahlen, $|\psi\rangle = \sum_{x=0}^{2^L-1} c_x |x\rangle$, erzeugen und diese Superposition, d.h. alle Zustände parallel, entsprechend der Regeln des Programmes manipulieren. Dieses Parallelisieren ist im Prinzip der Grund für die Überlegenheit von Quantencomputern im Vergleich zu klassischen. Außer bei speziellen Algorithmen, z.B. dem Shor'schen zur Faktorisierung ganzer Zahlen [5], geht dieser Vorteil aber wieder verloren, wenn wir am Ende der Rechnung durch eine quantenmechanische Messung *einen* Zustand herausprojizieren.

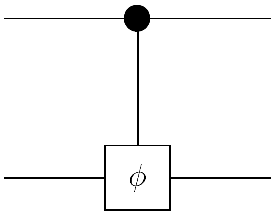
Die oben beschriebenen unitären Transformationen stellen einen 'universellen Satz von Operationen' dar, d.h. sie erlauben es, alle nötigen logischen Operationen durchzuführen. Ein wichtiger Unterschied zu klassischen Operationen ist, dass die unitären Transformationen immer reversibel sind. Eine in den Algorithmen häufig verwendete Operation ist das Hadamard-Gate, das auf einzelne Qubits wirkt:

$$-\boxed{\mathsf{H}}- = \mathsf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} .$$

Diese Transformation kann durch eine Kombination der oben beschriebenen Einbit-Operationen erzeugt werden, z.B. durch Einschalten von $B_x = B_z$ für geeignete Zeitdauer. Durch Anwenden jeweils einer Hadamard-Operation für jedes Qubit können wir aus dem Grundzustand eine Superposition von allen Basiszuständen mit gleichen Amplituden erzeugen

$$\mathsf{H}^1 \otimes \ldots \otimes \mathsf{H}^L |\uparrow \ldots \uparrow\rangle = \frac{|\uparrow\rangle_1 + |\downarrow\rangle_1}{\sqrt{2}} \otimes \ldots \otimes \frac{|\uparrow\rangle_L + |\downarrow\rangle_L}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2^L}} \sum_{x=0}^{2^L-1} |x\rangle .$$

Eine wichtige Zweibit-Operation ist die 'kontrollierte Phasenverschiebung'



$$= R(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\mathrm{i}\phi} \end{pmatrix}$$

Auch diese Operation läßt sich aus einer Serie der oben beschriebenen Ein- und Zweibit-Operationen erzeugen. Die Kombination von Hadamard-Gate und kontrollierter Phasenverschiebung wie in Fig. 1 dargestellt ergibt eine diskrete Fouriertransformation der Amplituden [2]

$$U_{\mathrm{DFT}} : \sum_{x=0}^{2^L-1} c_x \, |x\rangle \longrightarrow \sum_{k=0}^{2^L-1} \tilde{c}_k \, |k\rangle \quad \text{mit} \quad \tilde{c}_k = \frac{1}{2^L} \sum_x \exp\left(\mathrm{i} \frac{2\pi k x}{2^L} \right) c_x \; .$$

Während die Rechenzeit der Fourier-Transformation bei einem klassischen Computer mit der Zahl der Bits wie $L 2^{L-1}$ zunimmt, wächst sie beim Quantencomputer nur wie L^2 [20]. Dieser Zeitgewinn ist ein wichtiger Aspekt des Shor'schen Algorithmus.

4. Josephson Kontakte als Qubits

Nanoskalige Josephson Kontakte können als Realisierung der Qubits dienen. Das einfachste Beispiel [12] ist die supraleitende Elektronen-Box, die in Fig. 2a dargestellt ist. Die wesentlichen konjugierten Variablen sind die Ladung $Q = 2ne$ auf der Insel (wobei n die Zahl der überschüssigen Cooper-Paare ist) und die Phasendifferenz γ über den Kontakt. Wenn die supraleitende Energielücke Δ genügend groß und die Temperatur genügend tief ist, bleibt Quasiteilchentunneln unterdrückt. In diesem Fall wird das System durch folgenden Hamiltonian-Operator beschrieben:

$$H = \frac{(Q - C V_{\mathrm{x}})^2}{2 C_{\mathrm{J}}} - E_{\mathrm{J}} \cos\gamma \;\; \text{mit} \;\; Q = \frac{\hbar}{\mathrm{i}} \frac{\partial}{\partial(\hbar\gamma/2e)} \; . \qquad (4)$$

Wir benötigen hier Kontakte, bei denen die Gatterkapazität klein gegen die des Tunnelkontaktes ist, $C \ll C_{\mathrm{J}}$, und die resultierende Ladungsenergie mit der typischen Skala $E_C \equiv e^2/(2C_{\mathrm{J}})$ größer ist als die Josephson-Kopplung E_{J}. Für diesen Fall sind die Eigenenergien in Fig. 3 als Funktion der angelegten Kontrollspannung für verschiedene Ladungszustände n der Insel dargestellt.

Im Gleichgewicht bei tiefen Temperaturen, $k_{\mathrm{B}} T \ll E_C$, ist das System in dem Zustand der niedersten Energie, repräsentiert durch die jeweils niederste Parabel. Jedoch in der Nähe der Spannungen $V_{\mathrm{deg}} = (2n+1)e/C$

sind die Zustände n und $n+1$ nahezu entartet und werden stark durch die Josephson-Kopplung gemischt. Hier reduziert sich das Problem auf ein Zwei-Niveau-System von zwei Ladungszuständen. Diese stellen also so etwas wie 'künstliche Spins' dar und sollen weiter mit $|\uparrow_i\rangle$ und $|\downarrow_i\rangle$ bezeichnet werden. Der Hamilton-Operator reduziert sich dann auf

$$H = E_{\mathrm{ch}}(V_{\mathrm{x}})\hat{\sigma}_z - \frac{E_{\mathrm{J}}}{2}\hat{\sigma}_x \ , \tag{5}$$

mit $E_{\mathrm{ch}}(V_{\mathrm{x}}) = e(V_{\mathrm{x}} - V_{\mathrm{deg}})\,C/C_{\mathrm{J}}$.

Wir stellen fest, dass wir wie im idealen Modell (1) für jedes Qubit ein durch die entsprechende Spannung $V_{\mathrm{x},i}$ kontrollierbares effektives Feld in z-Richtung haben

$$B_z^i(t) = E_{\mathrm{ch}}(V_{\mathrm{x},i}) \ .$$

Allerdings ist das Feld in x-Richtung $B_x^i(t) = E_{\mathrm{J}}/2$ fest. Trotzdem reicht auch dieses System schon aus, um alle Einbit-Operationen und, bei geeigneter Kopplung (s.u.), auch Zweibit-Operationen durchzuführen [12, 13]. Eine Analyse zeigt aber, dass die Anforderungen an die Kontrolle der Energien und Schaltzeiten sehr hoch sind.

Die Präzision wird deutlich verbessert in dem Design, der in Fig. 2b dargestellt ist [14]. Hier ist der Josephson Kontakt durch ein dc-SQUID ersetzt. Dies besteht aus 2 Josephson-Kontakten in einer Ringstruktur, die einen magnetischen Fluß Φ_{x} einschließt. Dieser Fluß wird extern durch den Strom kontrolliert, der durch eine Induktionsschleife fließt. Die totale Josephson-Kopplung ist dann $E_{\mathrm{SQUID}} = 2E_{\mathrm{J}}' \cos(\pi\Phi/\Phi_0)\cos\gamma$, wobei $\Phi_0 = h/(2e)$ das Flußquant ist. Das bedeutet, dass die resultierende Josephson-Kopplung, d.h. auch das effektive Feld in x-Richtung durch den Fluß kontrolliert werden kann [14],

$$B_x^i(t) = E_{\mathrm{J}}(\Phi_{\mathrm{x}i}) = 2E_{\mathrm{J}}' \cos\left(\frac{\pi\Phi_{\mathrm{x}i}}{\Phi_0}\right) \ .$$

Bei L Qubits brauchen wir also nicht nur L Kontrollspannungen sondern auch L Kontrollströme. Wir können damit aber die Einzelbit-Operationen wie im idealen Modell separat durchführen, und im Ruhezustand zwischen den Operationen den Hamilton-Operator auf Null setzen.

Zur Kopplung der Qubits verbinden wir sie alle parallel mit einer gemeinsamen Induktivität (siehe Fig. 4). Die Schwingungen in dem so erzeugten LC-Oszillator koppeln die Qubits. Bei geeigneter Wahl der Parameter ist die Kopplung von der Form wie in (1) gegeben, wobei

$$J^{ij}(t) = \frac{E_{\mathrm{J}}(\Phi_{\mathrm{x}i})E_{\mathrm{J}}(\Phi_{\mathrm{x}j})}{E_L} \quad \text{mit} \quad E_L = \frac{\Phi_0^2}{\pi^2 L}\left(\frac{C_{\mathrm{J}}}{C}\right)^2 \ .$$

Die Zweibit-Kopplung wirkt also nur dann, wenn für beide Qubits die Josephson-Kopplung eingeschaltet ist. Dies ist ein enormer Vorteil des in Fig 2.b dargestellten Designs.

Die externen Spannungsquellen sind über dissipative Zuleitungen mit effektivem Widerstand R_V an die Qubits angekoppelt. Die damit verbundenen Johnson-Nyquist-Spannungsfluktuationen zerstören die Phasenkohärenz des Qubits. In Analogie zu früheren Arbeiten [21] können wir die Phasenkohärenzzeit wie folgt abschätzen:

$$\tau_\varphi = \frac{1}{4\pi}\frac{R_\mathrm{K}}{R_V}\left(\frac{C_\mathrm{J}}{C}\right)^2 \frac{\hbar}{E_\mathrm{J}} \tanh\left(\frac{E_\mathrm{J}}{2k_\mathrm{B}T}\right) . \qquad (6)$$

Die Fluktuationen sind also durch das Verhältnis zwischen dem Quantenwiderstand $R_\mathrm{K} = h/e^2 \approx 25,8\mathrm{k}\Omega$ und R_V bestimmt. Weiterhin hilft die kleine Gatterkapazität, $C \ll C_\mathrm{J}$, das Qubit von der Umgebung abzukoppeln. Da die Zeitskala für die typischen Einbit-Operationen von der Ordnung $\tau_\mathrm{op} \sim \hbar/E_\mathrm{J}$ ist, sehen wir dass für vernünftige Parameter $\tau_\varphi/\tau_\mathrm{op} \geq 10^4$ ist, was eine große Zahl der Operationen möglich macht. Eine ähnlich günstige Abschätzung gilt für die Fluktuationen durch die Ströme in der Induktionsschleife, die an das SQUID koppelt.

5. Der Messprozess

Zum Auslesen des Zustandes eines Qubits koppeln wir einen Einzel-Elektronen-Transistor (SET) kapazititiv an das Qubit an, wie in Fig. 5 dargestellt. Die Skala für Ladungseffekte im SET ist $E_\mathrm{SET} \approx e^2/4C'$, die Kopplungskapazität definiert eine Energie $E_\mathrm{int} \approx e^2/2C_\mathrm{int}$, und der Tunnelwiderstand ist R_SET. Zur detaillierten Beschreibung des Messprozesses haben wir die Zeitentwicklung der Dichtematrix des gekoppelten Systems untersucht [15, 13]. Wir finden, dass, solange die Transportspannung ausgeschaltet bleibt, $V_\mathrm{tr} = 0$, der Transistor nur wie eine Kapazität wirkt, also die kohärente Phasenentwicklung nicht stört. Dies ändert sich schlagartig, wenn die Transportspannung eingeschaltet wird, und im Transistor ein dissipativer Tunnelstrom fließt. Dann wird innerhalb einer sehr kurzen Zeit, $\tau_\varphi^* \sim \hbar\frac{R_\mathrm{K}}{R_\mathrm{SET}}\frac{E_\mathrm{SET}}{E_\mathrm{int}^2}$, die Dichtematrix diagonal. Die Messgröße, die die Information über den Zustand des Qubits enthält, ist der Strom durch den Transistor. Bei einer Superposition von zwei Zuständen misst man den einen oder anderen Wert entsprechend einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(m,t)$. Deren Zeitentwicklung ist in Fig. 6 dargestellt. Aufgrund des Schrotrauschens dauert es einige Zeit, bis die zwei Maxima getrennt sind. Diese Zeit, die die minimale Messdauer darstellt, ist von der Größenordnung $\tau_\mathrm{meas} \sim \hbar\frac{R_\mathrm{SET}}{R_\mathrm{K}}\frac{E_\mathrm{SET}}{E_\mathrm{int}^2} \gg \tau_\varphi^*$.

6. Parameter und Diskussion

Wie der folgende Satz von Parametern demonstriert, können die angestrebten Systeme mit moderner Technologie hergestellt werden:
(i) Für das Qubit wählen wir Tunnelkontakte mit Kapazität $C_\mathrm{J} = 4 \cdot 10^{-16}$F, während die Gatterkapazität kleiner gewählt wird, $C = 2.5 \cdot 10^{-18}$F, um so die Kopplung an die Umgebung schwach zu halten. Die Ladungsenergie des Qubits (in Temperatureinheiten) ist dann $E_\mathrm{C} \sim 2$K. Die supraleitende Energielücke muss größer sein, $\Delta > E_\mathrm{C}$, um das Quasiteilchentunneln zu unterdrücken. Eine geeignete Josephson-Kopplungsenergie ist $E_\mathrm{J} = 100$mK. Damit liegt die Arbeitstemperatur im Bereich von $T = 50$mK, was nicht unrealistisch tief ist. Die Zeitskala für Einbit-Operationen ist damit $\tau_\mathrm{op} = \hbar/E_\mathrm{J} \sim 7 \cdot 10^{-11}$s.
(ii) Die Phasenkohärenzzeit ist durch den Widerstand der Zuleitungen begrenzt. Für $R_V \sim 50\Omega$ finden wir Zeit für $\tau_\varphi/\tau_\mathrm{op} \sim 8{\cdot}10^5$ Einbit-Operationen. Die Dauer der Zweibit-Operationen ist auch durch die Induktivität bestimmt. Für $L \sim 3\mu$H gilt $\tau_\varphi/\tau_\mathrm{2bit} \sim 650$.
(iii) Mit der Induktivität können wir $L = 10$ bis 100 Qubits koppeln. Allerdings verkürzt sich die Phasenkohärenzzeit proportional $1/L$.

Die Fabrikation ist also mit der existierenden Technologie möglich, und es wurde in Experimenten an derartigen Systemen demonstriert, dass der Grundzustand eines Josephson Qubits eine Superposition von Ladungszuständen ist [16, 17]. Die nötige zeitliche Kontrolle der nanoskopischen Systeme ist noch nicht so weit beherrscht. Insofern stellt das Experiment von Nakamura und Mitarbeitern [18] einen Durchbruch dar, die an einem Josephson-Qubit auch kohäherenten Oszillationen beobachteten. Dazu wurde durch Kontrolle der Gatterspannng V_x ein Josephson-Qubit in eine Superposition von Eigenzuständen gebracht. Die sich daraus ergebenden Oszillationen mit der Frequenz, die der Energiedifferenz der beiden Zustände entspricht, wurde zeitaufgelöst nachgewiesen. Als nächstes Ziel sollten nun mit Zweibit-Operationen verschränkte Zustände erzeugt und nachgewiesen werden.

Eine Phasenkohärenzzeit, wie wir sie für Josephson-Systeme finden, reicht aus, um eine große Zahl der benötigten Manipulationen kohärent durchführen zu können. Für die interessanten Algorithmen werden zwar noch weit mehr Operationen benötigt. Aber durch geeignete Software [22] können auftretende Fehler, sofern sie nicht zu häufig sind, wieder korrigiert werden. Wenn auch die Verwendung der verschiedenen Quanteninformationssysteme als Quantencomputer noch in ferner Zukunft liegt, kann man doch hoffen, dass innerhalb der nächsten Jahre damit fundamentale Experimente zum Nachweis der quantenmechanischen Gesetze (z.B. der Bell'schen Ungleichungen), die z.T. schon in der Quantenoptik demonstriert wurden, nun auch mit kontrolliert hergestellten Festkörpersystemen möglich werden.

Literaturverzeichnis

[1] K.K. Likharev, *Digital Nanoelectronics, Prospects and Problems*, gemeinsames Kolloquium des FZK und der Universitäten Karlsruhe und Heidelberg im SS 1998; Proc. IEEE, to be published (1999).

[2] S. Lloyd, *Science* **261**, 1589 (1993); C.H. Bennett, *Physics Today* **48** (10), 24 (1995); D.P. DiVincenzo, *Science* **269**, 255 (1995); A. Barenco, *Contemp. Phys.* **37**, 375 (1996); A. Steane, *Reports on Progress in Physics* **61**, 117 (1998).

[3] C.P. Williams and S.H. Clearwater, *Explorations in Quantum Computation*, Springer-Verlag (1998).

[4] Siehe verschiedene Artikel in *Fortschritte der Physik*, **46**, 1998.

[5] P.W. Shor, in 'Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science', IEEE Press, Los Alamitos, CA 1994, pp. 124-134.

[6] J.I. Cirac and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995).

[7] B.E. King *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1525 (1998).

[8] I.L. Chuang, N.A. Gershenfeld, and M. Kubinec, Phys. Rev. Lett. **80**, 3408 (1998); N.A. Gershenfeld and I.L. Chuang, Spektr. d. Wissenschaft **8**, 54 (1998).

[9] D.G. Cory *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2152 (1998).

[10] Q.A. Turchette *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75** 4710 (1995).

[11] D. Loss and D.P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998); B.E. Kane, Nature **393**, 133 (1998).

[12] A. Shnirman, G. Schön, and Z. Hermon, Phys. Rev. Lett. **79**, 2371 (1997).

[13] G. Schön, A. Shnirman, and Yu. Makhlin, cond-mat/9811029.

[14] Yu. Makhlin, G. Schön, and A. Shnirman, NATURE, 24. März 1999.

[15] A. Shnirman and G. Schön, Phys. Rev. B **57**, 15400 (1998).

[16] V. Bouchiat, D. Vion, P. Joyez, D. Esteve, and M.H. Devoret, Physica Scripta **T76**, 165 (1998).

[17] Y. Nakamura, C.D. Chen, and J.S. Tsai, Phys. Rev. Lett. **79**, 2328 (1997).

[18] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, and J.S. Tsai, eingereicht bei NATURE

[19] A. Barenco et al., *Phys. Rev. A* **52**, 3457 (1995).

[20] D. Coppersmith, IBM Research Report No. RC19642 (1994). Siehe auch T. Beth, *Verfahren der schnellen Fourier-Transformation*, Verlag Teubner (1984).

[21] A.J. Leggett et al., *Rev. Mod. Phys.* **59**, 1 (1987); U. Weiss, *Quantum dissipative systems*. World Scientific, Singapore, 1993.

[22] T. Beth and M. Grassl, in Ref. [4] und weitere Referenzen darin.

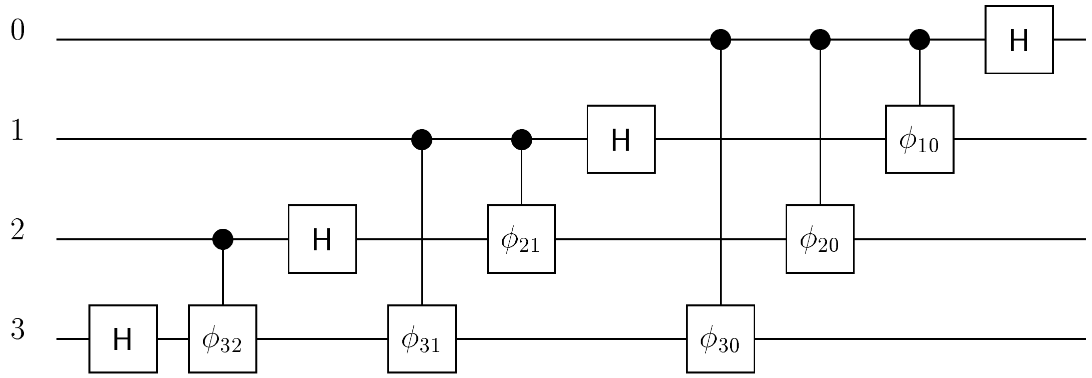


Abbildung 1: Eine Realisierung der diskreten Fourier-Transformation für 4 Qubits, d.h. 2^4 Koeffizienten. Die Phasenverschiebungen sind $\phi_{jk} = \pi/2^{|j-k|}$.

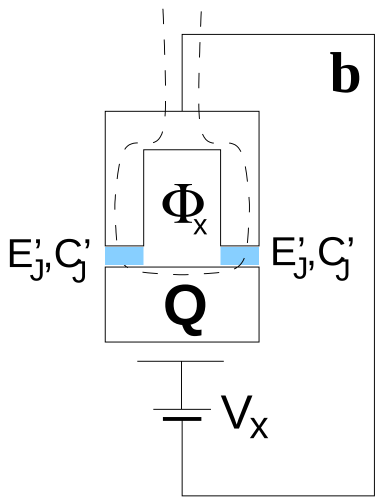


Abbildung 2: Josephson Qubit: a) die einfachste Realisierung, bei der die Gatterspannung kontrolliert wird, b) eine Realisierung, bei der die Gatterspannung und der magnetische Fluß (durch den Strom in der gestrichelt gezeichneten Induktionsschleife) durch den Ring kontrolliert wird. Dies erlaubt es auch die 2-bit Kopplungen zu kontrollieren.

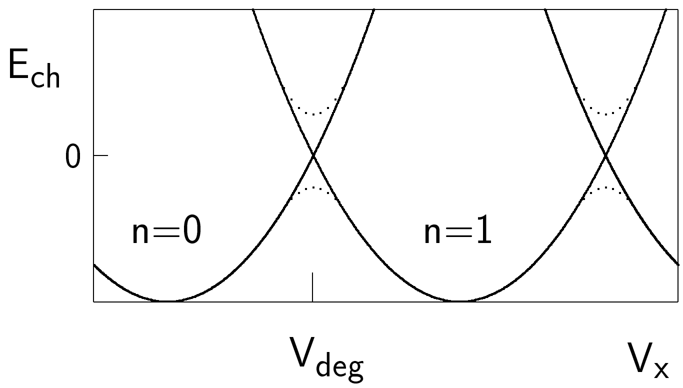


Abbildung 3: Die Eigenenergie der verschiedenen Ladungszustände der supraleitenden Elektronbox als Funktion der Kontrollspannung.

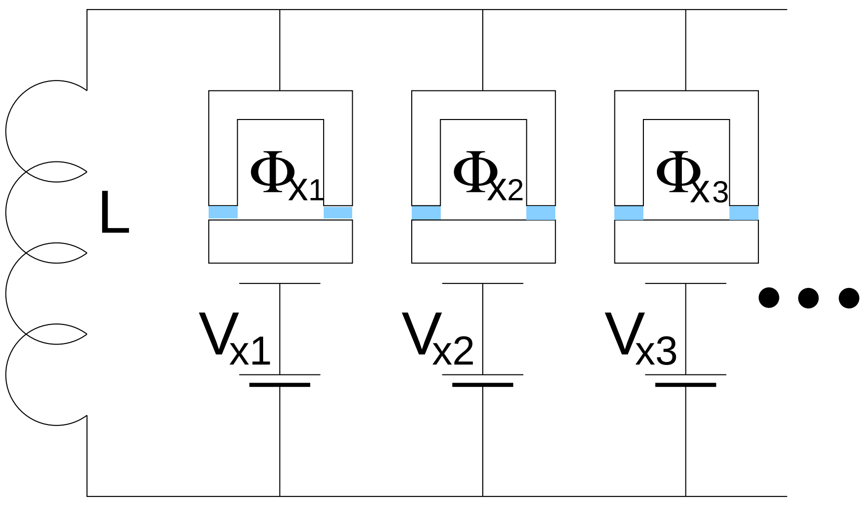


Abbildung 4: Die Qubits werden in einem LC-Kreis gekoppelt.

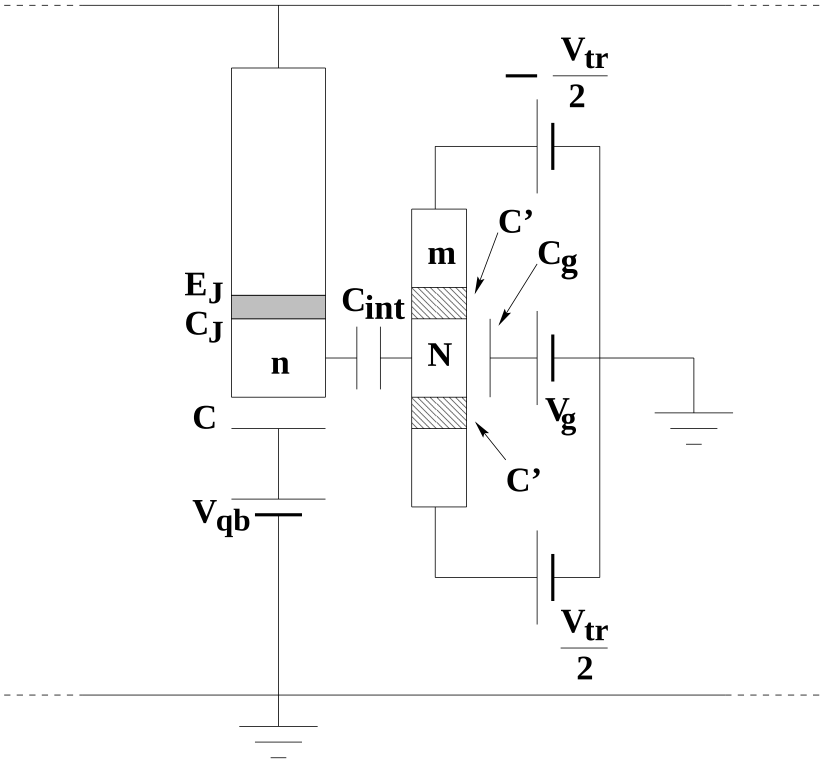


Abbildung 5: Der Zustand des Qubits kann durch einen Einzelelektronen-Transistor ausgelesen werden.

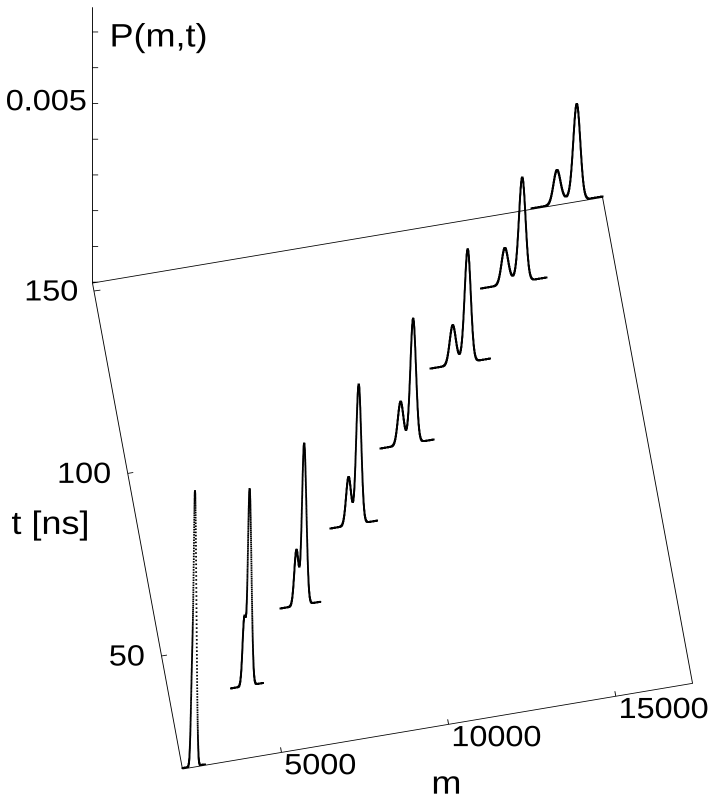


Abbildung 6: Die Wahrscheinlichkeitsverteilung, dass m Elektronen in der Zeit t durch den Transistor geflossen sind. Bei dem Beispiel ist angenommen, dass das Qubit bei $t = 0$ in einer Superposition von Zuständen mit Amplitudenquadraten 1/4 und 3/4 war.